

Câu 1: (1,5đ/10) Giả sử đầu ra z ($z \geq 0$) bị ảnh hưởng bởi hai yếu tố đầu vào x, y ($x, y \geq 0$) thỏa mãn ràng buộc sau

$$z^2 - zx + y^2 - 3x - 2y = 0.$$

(a) Tìm vi phân toàn phần của z .

(b) Giả sử hiện tại $x = 2, y = 3$. Sử dụng vi phân toàn phần vừa tìm được ở câu trên, Anh/Chị hãy ước lượng lượng thay đổi của đầu ra z khi đầu vào x tăng lên 0,2 đơn vị và đầu ra y giảm 0,1 đơn vị.

Câu 2: (2,5 đ/10) Xét bài toán cực đại hóa hàm lợi ích $U(x, y) = x^4(y + b)$, ($b > 0$); trong đó x, y là số lượng của 2 hàng hóa 1, 2 mà người tiêu dùng sử dụng; Giả sử ngân sách là Y , giá của hàng hóa thứ nhất là p_1 , của hàng hóa 2 là p_2 .

a. Giải bài toán tìm số lượng x^*, y^* của hàng hóa 1 và 2 để cực đại hóa hàm lợi ích (giả sử rằng nghiệm tối ưu của bài toán tồn tại). Tính giá trị hàm lợi ích cực đại $U^*(p_1, p_2, Y)$.

b. Áp dụng định lý Bao, tính $\frac{\partial U^*}{\partial Y}$, từ đó xác định ảnh hưởng của Y lên hàm lợi ích tối ưu U^* .

Câu 3: (2,5đ/10)

(a) Cho X là biến ngẫu nhiên liên tục với hàm mật độ

$$p(x) = \begin{cases} \frac{2}{(x+1)^3} & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

Tính kỳ vọng của biến ngẫu nhiên X .

(b) Doanh thu cận biên có được từ việc sản xuất q đơn vị sản phẩm hàng hóa là $R'(q) = 10q - 3q^2 + 4q^3$ đô la mỗi đơn vị. Nếu doanh thu thu được từ việc sản xuất 10 đơn vị là \$30.000. Anh/Chị hãy tính doanh thu từ việc sản xuất 40 đơn vị sản phẩm?

Câu 4: (2,0 đ/10) Xét mô hình điều chỉnh giá theo thời gian sau đây

$$\frac{dp}{dt} = k[D(p) - S(p)],$$

trong đó $p(t)$ là giá của sản phẩm sau t tháng tính từ thời điểm hiện tại; $D(p), S(p)$ lần lượt là hàm cầu và hàm cung ứng với mức giá p ; và k là hằng số dương cho biết tốc độ điều chỉnh.

Giả sử rằng $D(p) = 100 - 2p, S(p) = 20 + p, k = 0, 1$.

- (a) Anh/Chị hãy giải phương trình trên để tìm $p(t)$ biết rằng $p(0) = 50$. Từ đó tính giá của sản phẩm sau 6 tháng.
- (b) Xác định mức giá sản phẩm khi thời gian đủ lớn bằng cách tính $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t)$.

Câu 5: (1,5đ/10) Xét mô hình kinh tế vĩ mô

$$\begin{aligned} Y_t &= C_t + I_t + G_t \\ C_t &= 300 + \frac{7}{8}Y_{t-1} \\ I_t &= 50 + \frac{3}{8}(Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ G_t &= 200, Y_0 = 400, Y_1 = 300 \end{aligned}$$

trong đó Y_t là tổng thu nhập quốc dân, I_t là lượng đầu tư, G_t là lượng chi tiêu của chính phủ, C_t là lượng tiêu dùng tại thời điểm t .

- (a) Anh/Chị hãy thiết lập phương trình sai phân tuyến tính cấp 2 theo Y_t . Giải phương trình vừa lập tìm Y_t .
- (b) Nghiệm của phương trình sai phân có ổn định không? vì sao?

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[G 2.1]: Tính được vi phân toàn phần, đạo hàm riêng của hàm ẩn và hệ hàm ẩn.	Câu 1
[G 2.2]: Mô hình hóa và giải được các bài toán tìm cực trị trong kinh tế. Kiểm tra các định lý bao.	Câu 2
[G 2.3]: Tính được tích phân và ứng dụng trong kinh tế, tính được kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên	Câu 3
[G 2.4]: Giải phương trình sai phân cấp 1, 2 và phương trình vi phân cấp 1, 2; ứng dụng nó trong phân tích kinh tế.	Câu 4, 5.

12/5/2025
Thông qua bộ môn